Marius Perianu
Ioan Balica

Matematică

Clasa a VII-a

II

art
educational

Cuprins

Algebră

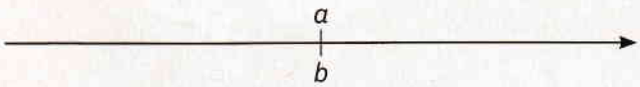
Geometrie

IV. Relații metrice în triunghiul dreptunghic

V. Subiecte pentru evaluările finale

I.1. Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă. Identități

Numerele reale a și b sunt egale dacă se reprezintă în același punct pe axa numerelor.



Exemple

1 Dacă $a = 2$ și $b=\sqrt{4}$, atunci $a = b$, deoarece $\sqrt{4}=2$.

2 Dacă $a=\dfrac{\sqrt{12}}{2}$ și $b=\sqrt{3}$, atunci $a = b$, deoarece $\dfrac{\sqrt{12}}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

Proprietățile relației de egalitate pe mulțimea numerelor reale

1 **Reflexivitatea:** $x = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

2 **Simetria:** dacă $x = y$, atunci $y = x$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

3 **Tranzitivitatea:** dacă $x = y$ și $y = z$, atunci $x = z$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$.

Egalitatea se păstrează dacă adunăm sau scădem din ambii membri ai unei egalități același termen sau dacă înmulțim/împărțim o egalitate printr-un factor nenul. Cu alte cuvinte, au loc următoarele echivalențe, numite **proprietăți de compatibilitate**, între relația de egalitate și operațiile cu numere reale:

$$a = b \Leftrightarrow a + x = b + x,\ \forall\, a, b, x \in \mathbb{R};$$
$$a = b \Leftrightarrow a - x = b - x,\ \forall\, a, b, x \in \mathbb{R};$$
$$a = b \Leftrightarrow a \cdot x = b \cdot x,\quad \forall\, a, b, x \in \mathbb{R}, x \neq 0;$$
$$a = b \Leftrightarrow a : x = b : x,\quad \forall\, a, b, x \in \mathbb{R}, x \neq 0.$$

De asemenea, dacă se adună/se scad/se înmulțesc/se împart două egalități membru cu membru, se obține tot o egalitate. Altfel spus,

$$\text{dacă } \begin{cases} a=b \\ c=d \end{cases}, \text{ atunci } \begin{cases} a+c=b+d \\ a-c=b-d \end{cases} \text{ și } \begin{cases} a\cdot c=b\cdot d \\ \dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}\ (c,d\neq 0) \end{cases}.$$

Exemplu. Dacă a, b și c sunt numere reale, astfel încât $a + 3b = 4$ și $b - 2c = 1$, determinați valoarea expresiei $a + 2b + 2c$.

Rezolvare. Scăzând cele două egalități, obținem egalitatea $(a + 3b) - (b - 2c) = 4 - 1$, care este echivalentă cu $a + 2b + 2c = 3$.

Exersare

1 Stabiliți dacă următoarele egalități sunt adevărate sau false:

a $\sqrt{9}=3$; b $\sqrt{16}=8$; c $5^2 = 10$; d $\dfrac{3}{4}=0{,}75$; e $2{,}1^2 = 4{,}41$.

2 Se consideră numerele reale a și b, astfel încât $a + b = 3$. Înmulțiți ambii membri ai egalității cu 3. Ce egalitate se obține?

3 Se consideră numerele reale a și b, astfel încât $a - b = 1$. Scrieți egalitățile ce se obțin pornind de la egalitatea dată, dacă se înmulțesc ambii membri ai egalității cu:
a 2; b 3; c 7; d -2; e -5; f -10.

4 Se consideră numerele reale a și b, astfel încât $2a + 3b = 7$. Scrieți egalitățile ce se obțin pornind de la egalitatea dată, dacă se înmulțesc ambii membri ai egalității cu:
a 4; b -1; c $2{,}5$; d $-1{,}2$; e $\frac{5}{6}$; f $-\frac{2}{3}$.

5 Se consideră numerele reale a și b, astfel încât $2a + 2b = 12$. Determinați:
a $a + b$; b $3a + 3b$; c $11a + 11b$; d $-a - b$; e $-4a - 4b$.

6 Se consideră numerele reale a, b și c, astfel încât $a + b = 3$, $b + c = 4$ și $c + a = 5$.
a Calculați valoarea expresiei $a + b + c$. b Determinați numerele a, b și c.

Indicație: a Se adună cele trei egalități.

7 Se consideră numerele reale $a = \sqrt{48}$, $b = 1{,}(6)$, $c = 2\sqrt{12}$ și $d = \frac{5}{3}$.
a Arătați că $a = c$ și $b = d$.
b Fără a efectua calculele, stabiliți dacă următoarea egalitate este adevărată sau falsă: $a + b - 3 = c + d - 4$.

Consolidare

8 Se consideră egalitatea $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$. Scrieți trei egalități echivalente cu această egalitate.

Indicație: Se adună sau se înmulțesc ambii membri ai egalității cu același număr real nenul.

9 Se consideră egalitatea $0{,}(3)\sqrt{2} = \sqrt{\frac{2}{9}}$. Scrieți trei egalități echivalente cu această egalitate.

10 Precizați ce proprietăți ale egalității s-au aplicat pentru a obține echivalențele:
a $4(x + 3) = 20 \Leftrightarrow x + 3 = 5 \Leftrightarrow x = 2$;
b $5x - 6 = 7x + 2 \Leftrightarrow -6 = 2x + 2 \Leftrightarrow -8 = 2x \Leftrightarrow -4 = x \Leftrightarrow x = -4$;
c $x(3x - 5) = (\sqrt{3}x - 5)(\sqrt{3}x + 5) \Leftrightarrow 3x^2 - 5x = 3x^2 - 25 \Leftrightarrow -5x = -25 \Leftrightarrow x = 5$;
d $-4x(x + 1) - x(x + 2) = x + 2 \Leftrightarrow -x = x + 2 \Leftrightarrow -2x = 2 \Leftrightarrow x = -1$.

11 Numerele reale a, b, c verifică relația $2a - 1{,}5b + 0{,}25c = 3{,}5$. Calculați valoarea expresiei $E = 4a - 3b + \frac{c}{2}$.

12 Numerele reale a, b, c verifică relația $\frac{a}{5} - \frac{b}{7} + \frac{c}{11} = 3{,}14$. Calculați valoarea expresiei
$E = 3a - \frac{65}{91} \cdot b + \left(\frac{\sqrt{5c}}{\sqrt{11}}\right)^2 - a : \frac{1}{2}$.

Aprofundare

13 Se știe că $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$. Arătați că $x + y = 3$.

14 Se știe că $(a + 2)^2 + (b - 1)^2 = 0$. Calculați $(a + b)^{100} + b^{100}$.

15 Se știe că $(a - 1)^2 + (b - 2)^2 = -(c - 3)^2$. Arătați că $(a + b)^3 = c^3$.

16 Se consideră triunghiul ABC de laturi $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Arătați că dacă $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$, atunci triunghiul este echilateral.

17 Se dau numerele reale a, b, c astfel încât $a + 3b = 7$ și $2b - 5c = 9$. Determinați:

a $a + 5b - 5c$; **b** $a + b + 5c$; **c** $2a + 6b$;
d $3a + 7b + 5c$; **e** $2a + 10b - 10c$; **f** $2a + 15b$.

18 Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$, $c \neq 3$, astfel încât $a + b + 2c = 4$ și $3a - 2b + c = 7$. Arătați că:

a $4a - b + 3c = 11$; **b** $11a - 4b + 7c = 29$; **c** $a + c = 3$;

d $a - b = 2$; **e** $\dfrac{a+b+2c}{2a-3b-c} = \dfrac{4}{3}$; **f** $\dfrac{5a+12b+8c}{17a-3b+2c-12} = \dfrac{3}{4}$.

Probleme de șapte stele

19 Fie $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $x(x^2 - 2x + 5) = 10$. Arătați că $x = 2$.

20 Fie numerele reale x, y astfel încât $x(y^2 + 2) = y(x^2 + 2)$. Arătați că, dacă $x \neq y$, atunci $xy = 2$.

21 Fie numerele reale a, b, c, oricare două diferite între ele. Demonstrați că:

a $\dfrac{a}{(a-b)(a-c)} + \dfrac{b}{(b-a)(b-c)} + \dfrac{c}{(c-a)(c-b)} = 0$;

b $\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \dfrac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)} = 1$;

c $\dfrac{1}{a(a-b)(a-c)} + \dfrac{1}{b(b-a)(b-c)} + \dfrac{1}{c(c-a)(c-b)} = \dfrac{1}{abc}$.

1.2 Ecuații de forma $ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente

O ecuație de forma $ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, se numește *ecuație de gradul I cu o necunoscută*. Numerele reale a și b se numesc *coeficienți* (a este coeficientul necunoscutei, iar b se numește și termen liber), iar x se numește *necunoscută* sau *variabilă*.

Se numește *soluție* a ecuației $ax + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, un număr $x_0 \in \mathbb{R}$ pentru care propoziția $ax_0 + b = 0$ este adevărată.

A rezolva o ecuație înseamnă a determina toate soluțiile sale. Aceste soluții formează *mulțimea soluțiilor* ecuației date și se notează, de regulă, cu S.

Dacă după o ecuație urmează o precizare de forma $x \in M$, aceasta indică mulțimea în care ia valori necunoscuta. Se spune că ecuația dată este definită pe mulțimea M (sau că se rezolvă în mulțimea M). Dacă nu se face nicio precizare, se consideră $M = \mathbb{R}$.

Exemple

1 Ecuația $2x - 6 = 0$ are soluția $x_0 = 3$, deoarece $2 \cdot 3 - 6 = 0$ și $3 \in \mathbb{R}$.

2 Ecuația $3x - 9 = 0$, $x \in \mathbb{N}$, nu are soluții, deoarece propoziția $3x_0 + 9 = 0$ este adevărată doar dacă $x_0 = -3$, iar $-3 \notin \mathbb{N}$. Se observă că ecuația $3x + 9 = 0$, $x \in \mathbb{Q}$, are soluția $x_0 = -3$.

Pentru a rezolva o ecuație, adică pentru a afla soluțiile sale, putem folosi proprietățile relației de egalitate, obținând egalități echivalente. În general, vom încerca să ajungem la o egalitate de forma $x = a$, care este cea mai simplă ecuație și care are doar soluția $x_0 = a$.

Două ecuații definite pe aceeași mulțime se numesc *echivalente* dacă au aceleași soluții. În mod evident, două ecuații echivalente au aceeași mulțime a soluțiilor.

Pentru a obține ecuații echivalente cu o ecuație dată, putem aplica următoarele reguli:
- trecem termeni dintr-un membru în celălalt cu semn schimbat;
- adunăm/scădem același număr din ambii membri ai ecuației;
- înmulțim/împărțim ambii membri ai ecuației cu un factor nenul.

Pentru rezolvarea ecuației $ax + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, se parcurg următorii pași:
- scădem pe b din ambii membri ai ecuației și obținem $ax = -b$;
- cum $a \neq 0$, înmulțim ambii membrii cu $\frac{1}{a}$ și obținem $x = -\frac{b}{a}$;
- întrucât $-\frac{b}{a} \in \mathbb{R}$, soluția ecuației este numărul $-\frac{b}{a}$ și scriem $S = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$.

Exemple: 1 $2x + 18 = 0 \Leftrightarrow 2x = -18 \,|:2 \Leftrightarrow x = -9 \Rightarrow S = \{-9\}$.

2 $\sqrt{3}x - 12 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x = 12 \,|:\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 4\sqrt{3} \Rightarrow S = \{4\sqrt{3}\}$.

3 $(3-\sqrt{5})x - 4 = 0 \Leftrightarrow (3-\sqrt{5})x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3-\sqrt{5}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{4(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} \Leftrightarrow x = \frac{4(3+\sqrt{5})}{4} \Leftrightarrow x = 3+\sqrt{5} \Leftrightarrow S = \{3+\sqrt{5}\}$.

Exersare

1 Precizați care dintre următoarele relații sunt ecuații:
a $x-4=0$; b $y+1=0$; c $a-4=0$;
d $2\cdot 4+1=9$; e $x-3<2$; f $2x+5=-1$.

2 Completați tabelul, conform modelului:

Ecuația	$x+5=0$	$2x-3=0$	$3y=0$	$4a+1=0$	$-2+x=0$	$\sqrt{2}x+\sqrt{2}=0$
Necunoscuta	x					
Coeficientul necunoscutei	1					
Termenul liber	5					

3 Scrieți ecuația $ax + b = 0$ pentru:
a $a=2, b=3$; b $a=3, b=-1$; c $a=-1, b=1$; d $a=1, b=0$;
e $a=2{,}3;\ b=1{,}3$; f $a=\frac{2}{3}, b=-\frac{1}{2}$; g $a=\sqrt{3}, b=-1$; f $a=\frac{\sqrt{5}}{2}, b=0$.

4 Dați două exemple de:
a ecuații cu coeficientul necunoscutei egal cu 4;
b ecuații cu termenul liber egal cu −1;
c ecuații cu coeficienții egali;
d ecuații cu coeficienții exprimați prin numere reale opuse.

5 Verificați dacă:
a numărul 2 este soluție a ecuației $2x-4=0$;
b numărul −1 este soluție a ecuației $3x-3=0$;
c numărul 2,5 este soluție a ecuației $3x-7{,}5=0$;
d numărul $\frac{1}{2}$ este soluție a ecuației $-4x+2=0$.

6 Precizați care dintre ecuațiile următoare admit soluția -3:
a $x+3=0$; b $3x+9=0$; c $-7x-21=0$;
d $-x+3=0$; e $12x-4=0$; f $|-5|\cdot x+15=0$;
g $(\sqrt{2}+1)x-3+2\sqrt{2}=0$; h $-4x+12=0$; i $\sqrt{2}x+\sqrt{18}=0$.

Rezolvare: Numărul real $x_0=-3$ este soluție pentru o ecuație dacă, înlocuind necunoscuta x cu −3 *în ecuație*, obținem o propoziție adevărată. Ca urmare:
b $3\cdot(-3)+9=0$ este propoziție adevărată, deci ecuația dată admite soluția $x_0=-3$;
e $12\cdot(-3)-4=0$ este propoziție falsă, deci ecuația nu admite soluția $x_0=-3$.

7 Arătați că ecuațiile următoare au soluția −2:
a $2x+4=0$; b $-1+3x=4x+1$; c $5x-3=x-11$;
d $10(x-3)+2=4(8x+4)$; e $2{,}5x+2=3(1{,}5x+2)$; f $3x+5+4x=-9$;
g $(5-\sqrt{7})x+10=\sqrt{28}$; h $\frac{2x+7}{3}=1+\frac{x+2}{2}$; i $\frac{2x+3}{x+3}=\frac{2x+5}{x+1}$.

8 Rezolvați ecuațiile, apoi faceți proba soluției găsite:
a $10x = 40$; b $-7x = 21$; c $16x = 48$; d $9x + 27 = 40$;
e $-3x + 15= 0$; f $3 = -2x + 7$; g $22x + 44= 0$; h $11x + 29 = 95$;
i $-18 + 6x = 6$; j $-x + 7= -23$; k $4(x-7)= 0$; l $-3(x + 6) = 6$.

9 Rezolvați ecuațiile, apoi faceți proba soluției găsite:

a $-6+3x=0$; b $-3x+3=0$; c $-9x+18=0$;

d $5x-20=0$; e $\sqrt{5}x+\sqrt{20}=0$; f $\sqrt{3}x-\sqrt{3}=0$;

g $\sqrt{2}x-\sqrt{18}+2\sqrt{2}=0$; h $(5-\sqrt{7})\ \ -5+\sqrt{7}=0$; i $x\sqrt{2}-\sqrt{3}=0$.

10 Rezolvați ecuațiile:

a $2x-7=13$; b $-7+6x=4x+15$; c $5x-11=x-3$;

d $2{,}5x-4{,}7=3(1{,}5x+2)$; e $3x-5+4x=18$; f $8x+20=3x$;

g $10(x-3)=4(6x+7)-2$; h $(2+\sqrt{3})x-2+\sqrt{3}=0$; i $\sqrt{3}x+4=1-2\sqrt{3}x$.

11 Determinați soluțiile ecuațiilor:

a $7x+4+2(x-5)=8(x+1)$; b $2(x+3)-5(2x+1)=12x-19$;

c $3(2x+3)+2(3x+2)=9x+4$; d $5(x-2)-2x+3(x+1)=6+7x$;

e $-3x+5+6(-x+1)=-4(x+6)$; f $6(x+2)-2(2x+3)+4x=36$.

12 Stabiliți dacă următoarele ecuații sunt echivalente:

a $3-2x=-7$, $x\in\mathbb{R}$ și $11(x-4)=3^2+2$, $x\in\mathbb{R}$;

b $6+5x=2(-3+x)$, $x\in\mathbb{Z}$, și $x+18=2(-1-x)+8$, $x\in\mathbb{Z}$;

c $7x-5(x-1)=10x-3$, $x\in\mathbb{R}$, și $4x-3(2-x)=4$, $x\in\mathbb{R}$;

d $13x+41=5(2x+7)+3$, $x\in\mathbb{R}$, și $9(x-2)+14=-2(3-4x)+1$, $x\in\mathbb{R}$.

13 Rezolvați ecuațiile:

a $3(x+5)-6(x-2)=4(x+2)-5(x-4)+1$; b $2(2x+7)+3(x-1)=6(x-3)+18$;

c $15(x-1)+4(2-3x)=11-2(x+4)$; d $2x+5+3(3x-1)=8(1-7x)+2+3x$;

e $10(3-x)+6(x+3)=19+7(2x-1)$.

Consolidare

14 Rezolvați ecuațiile:

a $-13x+4=21+4x$; b $7x-16=16+5x$;

c $0{,}3x-0{,}6=0{,}1x+0{,}8$; d $x\cdot\sqrt{(-1)^2}+x\cdot\sqrt{(-2)^2}+x\cdot\sqrt{(-3)^2}=6$;

e $(4x-3)\cdot(-3)=6x+27$; f $(1^2-x)+(2^2-x)+(3^3-x)=50$;

g $5(x-3)+11=2x+2$; h $11(1-x)+7x=15$;

i $6(x+2)-8=3x+14$; j $7x-9=2(3x+1)$;

k $5(x-0{,}4)=19-2x$; l $23x-41=7(x+3)+2$;

m $44-13x=100-2(8x-5)$; n $3(x-2)+2(x-3)=4x-12$.

15 Determinați $a\in\mathbb{R}$ pentru care enunțurile de mai jos devin propoziții adevărate:

a Ecuația $2x+a=0$ are soluția -5. b Ecuația $-ax+12=0$ are soluția 1.

c Ecuația $ax+a+1=0$ are soluția 2. d Ecuația $3x-a+2=0$ are soluția $\frac{1}{3}$.

e Ecuația $a^2x+9=0$ are soluția -1. f Ecuația $a^2x-32=0$ are soluția 4.

16 Determinați numărul real m pentru care:

a ecuația $2x+m=4x+3$ are soluția -2;

b ecuația $2mx+5(x-1)=7x+1-3m$ are soluția 1;

c ecuația $m(x+2)+3(x-1)=mx-3$ are soluția 0;

d ecuația $2x-m(x+3)=7mx+12$ are soluția 5;

e ecuația $-3x+4(mx-1)=6x+2-7(m+2)$ are soluția 3;

f ecuația $3(m-1)(x+2)-2(2m-1)(2x+1)=7x+3mx-5$ are soluția -3.

17 Determinați valorile $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuațiile următoare sunt echivalente:

a $-2-4(3-x)=4-3(x-1)$ și $m-x(m+1)=1$;

b $2(3x-4)-4m=x(m+1)$ și $x-5(x-1)=x\cdot(-1)^{2011}$;

c $3-x=2(x-5m)+m$ și $2(3x-2m)+3=5(x+1)$;

d $x-3(2x-5)=5(x-1)$ și $m(x-1)=m$;

e $mx-1+2(-mx+1)=x-m$ și $3x+4-2(x-1)=4(x-3)+3(6-x)$.

18 Rezolvați următoarele ecuații:

a $5(3x-2)+3x-6(8x-13)=16(9-2x)-78$;

b $2(3x+4)-5(2x-3)-2=7(2x-4)+2(8-5x)+3x$;

c $2(3x-4)+5(6x-7)-3x=9(x+10)+11(x+12)+8$;

d $3(6x-5)-2(4x+3)+13=-2(-4x+9)+2x-5(3x-2)$.

19 Determinați soluțiile ecuațiilor:

a $6x+3+2(x-4)=7(x+2)$;

b $2(2x+1)-3(3x-5)=4x-19$;

c $4(3x-5)+3(4x-7)=10x-13$;

d $5(2x-1)-3x+6(x+2)=15+9x$;

e $-2x+4+5(-x+2)=-3(2x-7)$;

f $5(2x+1)-2(3x+2)+3x=13-5x$.

20 Rezolvați următoarele ecuații:

a $5(2x-1)+3(x-1)-6(7x-12)=15(8-x)-84$;

b $2(3x+4)-3x-2=6(2x-3)+2(3-4x)+5(2x-3)$;

c $4(9x-4)+2(2x-7)-7x=3(3x-10)+5(x-22)-4$;

d $2(5x-4)-(3x+2)+11=-3(-5x+10)+3x-6(4x-3)$.

21 Rezolvați următoarele ecuații:

a $\frac{2x-4}{7}=\frac{2-x}{3}$;

b $\frac{2x+5}{3}=\frac{x-5}{4}$;

c $\frac{1}{2}+\frac{2x-5}{4}=x$;

d $\frac{7x-5}{3}-\frac{4x+1}{2}=0$;

e $1+\frac{3x-2}{4}=\frac{2x+5}{2}$;

f $\frac{5x-7}{8}-\frac{x-1}{4}=\frac{11-x}{2}$;

g $\frac{x}{5}-\frac{3-x}{10}=\frac{x+3}{2}$;

h $\frac{4x-6}{12}=\frac{x+1}{4}-\frac{x}{6}$;

i $\frac{2x+3}{7}-\frac{x}{2}=\frac{3x-6}{14}$.

22 Aflați soluțiile ecuațiilor:

a $\frac{x+3}{2}-\frac{1}{2}+\frac{2x+7}{10}=1$;

b $\frac{11x-4}{4}+\frac{1-x}{2}=6-x$;

c $\frac{x-4}{6}-\frac{x}{5}+\frac{3}{2}=\frac{2x-1}{10}$;

d $\frac{x+2}{3}-\frac{2x+3}{4}+\frac{5}{3}=1\frac{5}{6}+\frac{7x-11}{12}$;

e $\frac{1-x}{3}+\frac{1+3x}{4}=2x-1$;

f $\frac{7x-12}{5}+\frac{19-6x}{7}=\frac{x}{2}+\frac{x-1}{5}$.

23 Rezolvați următoarele ecuații:

a $\frac{x+3}{4}+\frac{2x+1}{3}=\frac{x-3}{6}+\frac{3x+1}{12}$;

b $\frac{5x-1}{8}-\frac{x+2}{2}+3=\frac{3x-7}{4}-\frac{x}{2}$;

c $\frac{3x-7}{20}-\frac{1}{10}=\frac{2-x}{5}+\frac{x-3}{4}$;

d $\frac{11}{16}+\frac{x-3}{4}=\frac{3-2x}{8}+\frac{1}{2}$;

e $\frac{2}{5}(x-3)+\frac{4x+6}{15}=\frac{2x+7}{10}-1\frac{1}{30}$;

f $\frac{4x-3}{14}-\frac{2x+3}{7}=\frac{x-1}{2}+\frac{5}{14}$.

24 Rezolvați ecuațiile:

a $\frac{x}{2}+\frac{2x-1}{3}+\frac{3x-2}{4}+\frac{4x-3}{5}=\frac{x}{5}+\frac{2x+1}{4}+\frac{3x+2}{3}+\frac{4x+3}{2}$;

b $\frac{2x-3}{4}+\frac{3x+4}{5}+3\cdot\frac{x+1}{2}=2\cdot\frac{3x+2}{5}+x+\frac{3-7x}{4}$;

c $\frac{3x+11}{4}+2\cdot\left(\frac{2x-7}{5}+\frac{3x-1}{2}\right)=\frac{9(x+4)}{10}-\frac{2(x+3)}{5}+\frac{5x+1}{10}$;

d $\frac{3x+8}{12}-\frac{2x+3}{15}+\frac{1}{6}=2\left(\frac{x+5}{3}-\frac{9+2x}{5}\right)+\frac{1}{5}-\frac{3x+2}{20}$.

e $\frac{x-5}{2}-\frac{x-4}{3}+\frac{x-3}{4}=\frac{5-x}{4}+\frac{4-x}{3}+\frac{3-x}{2}$; **f** $1-x+\frac{2-x}{2}+\frac{3-x}{3}=\frac{4+x}{4}+\frac{5+x}{5}+\frac{6-x}{6}$.

25 Determinați soluțiile ecuațiilor:

a $x\sqrt{2}+x\sqrt{8}+x\sqrt{32}=\sqrt{4}+\sqrt{16}+\sqrt{64}$; **b** $\sqrt{5}(x+4)+2\sqrt{5}(x-2)=\sqrt{15}$;

c $x(2\sqrt{2}-\sqrt{3})+2x(\sqrt{3}-\sqrt{2})=6+\sqrt{3}$; **d** $x\sqrt{2}+2x(\sqrt{8}-3)=20-6x$;

e $2x(2+\sqrt{3})-(\sqrt{3}-1)(x+2)=2x+6$; **f** $2(x+\sqrt{2}-\sqrt{5})+3=x(\sqrt{5}-\sqrt{2})$.

Aprofundare

26 Determinați soluțiile ecuațiilor:

a $\frac{3x+10}{4}-\frac{7x+5}{2}=2\left[\frac{9x-4}{3}-3\left(\frac{x}{2}+\frac{7x-6}{4}\right)\right]$;

b $\frac{x+1}{2}-\left[\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{2x-5}{3}-\frac{x+3}{9}\right)\right]=\frac{2x-7}{3}-\frac{3x-5}{2}$;

c $2\cdot\left[2x-5\cdot\left(\frac{3x+1}{4}-\frac{2x+1}{3}\right)\right]=(x+1)\cdot\left(\frac{x+1}{2}-\frac{2x+1}{4}\right)$;

d $3\cdot\left\{1+\frac{2}{3}\cdot\left[2+3\cdot\left(2x-\frac{5x+1}{3}\right)\right]-\frac{x}{2}\right\}=\frac{4x+25}{6}$;

e $\left[x-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2x+3}{4}-\frac{3x-2}{5}\right)\right]\cdot\frac{1}{2}=\frac{x+5}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{2x-3}{5}+\frac{13-x}{2}\right)$;

f $2x-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{6x-7}{4}-\frac{5x-2}{3}\right)=\frac{3x}{2}-\left[\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{6}\right)\right]$.

27 Rezolvați ecuațiile:

a $2x(4+2\sqrt{3})-\sqrt{3}(5x+3\sqrt{3})=2\sqrt{3}(3\sqrt{3}-x)+2(4x-9)$;

b $(\sqrt{5}-2\sqrt{3})\cdot x+2x(\sqrt{5}+\sqrt{3})=\sqrt{125}+2x\sqrt{5}$;

c $2-\sqrt{3}+2x(2-\sqrt{3})=4(x-\sqrt{3})+\sqrt{27}$;

d $x\sqrt{2}+1+\sqrt{2}+x(1+\sqrt{2})+x(3+2\sqrt{2})=5(3+\sqrt{2})-2(3+2\sqrt{2})$;

e $\sqrt{5}-2+x(\sqrt{5}-2)=x(2+\sqrt{5})-(\sqrt{5}+2)$;

f $\sqrt{3}(\sqrt{2}x+1)+\sqrt{2}(\sqrt{3}x+1)=2x(\sqrt{6}+1)-(\sqrt{3}-\sqrt{2})$.

28 Rezolvați ecuațiile:

a $|x|=1$; **b** $|x|=8$; **c** $|-x|=2$; **d** $|x|=0$; **e** $|x|=-1$;

f $|-x|=-1$; **g** $|x|=-2$; **h** $-|x|=-3$; **i** $-|x|=5$.

29 Rezolvați ecuațiile:

a $|x-2|=5$; **b** $|x+3|=3$; **c** $|-x+2|=1$; **d** $|2x+4|=8$; **e** $|3x-7|=5$;

f $|-x+4|=11$; **g** $|-2x-6|=12$; **h** $|12-x|=-24$; **i** $-|5x+10|=-20$.

30 Rezolvați ecuațiile:

a $\left|\frac{x-2}{3}\right|=4$; **b** $\left|\frac{x+1}{5}\right|=1$; **c** $\left|\frac{2x+1}{3}\right|=5$; **d** $\left|\frac{x}{2}+1\right|=\frac{3}{2}$; **e** $\left|\frac{x}{3}+\frac{1}{4}\right|=3$;

f $\left|\frac{1-x}{3}+2\right|=\frac{1}{6}$; **g** $\left|\frac{\sqrt{2}x-\sqrt{8}}{3}\right|=\sqrt{2}$; **h** $\left|\frac{\sqrt{27}x}{3}+\sqrt{12}\right|=2\sqrt{3}$; **i** $\left|\sqrt{5}+\frac{x}{\sqrt{5}}\right|=\sqrt{45}$.